

Laurea in “Informatica”
Corso di “Algoritmi e Strutture Dati”
16 Luglio 2008

1. Tempo disponibile 180 minuti. È ammesso ritirarsi entro 90 minuti.
2. Si possono consegnare al più 3 scritti tra Giugno 2008 e Febbraio 2009.
3. Non è possibile consultare appunti, libri o persone, né uscire dall'aula.
4. Le soluzioni degli esercizi devono:
 - a. spiegare a parole l'algoritmo usato (anche con eventuali disegni)
 - b. commentare l'eventuale procedura Pascal (dettagliando il significato delle variabili)
 - c. giustificare la correttezza e tutti i passaggi matematici
 - d. dimostrare la complessità (con equazioni di ricorrenza se necessario)

1. Si scriva una procedura Pascal che riceva come parametro d'ingresso un vettore di n elementi, tale che il suo tempo di esecuzione $T(n)$ verifichi la ricorrenza:

$$T(n) = c \quad \text{per } n < 5$$

$$T(n) = 4T(n/2) + dn^2 \quad \text{altrimenti}$$

con c e d costanti. Si calcoli anche l'ordine di grandezza di $T(n)$.

2. Dato un albero binario T contenente elementi interi, si vuole modificarlo aggiungendo un figlio destro ad ogni foglia che contiene un elemento pari. Si scriva una procedura Pascal di complessità ottima assumendo che l'albero sia *realizzato con puntatori*.

3. Data una lista L di interi, si vuole modificarla cancellando tutti gli elementi i cui valori compaiono più di una volta, mantenendo lo stesso ordine che gli elementi avevano inizialmente (p.e. se l'ingresso è $L = 6, 1, 6, \underline{4}, 1, 1, \underline{3}$ allora il risultato è $L = 4, 3$). Si scriva una procedura Pascal *utilizzando gli operatori* per le liste visti a lezione.

CONTINUA SULL'ALTRA FACCIATA

4. Dato un grafo non orientato $G=(N,A)$, un *insieme dominante* è un sottoinsieme S dei nodi in N tale che ciascun nodo in $N - S$ è adiacente ad almeno un nodo in S . Applicando tale definizione, si dimostri:

1. Nel grafo G dell'Esercizio 4, l'insieme $\{1, 5\}$ è dominante oppure no? E l'insieme $\{1\}$?
2. In un grafo qualsiasi, l'insieme N è sempre dominante oppure no?
3. In un grafo qualsiasi, se S è dominante allora un soprainsieme di S è sempre dominante?
Si scriva un algoritmo *non deterministico* di complessità polinomiale per verificare se, dato un intero k ed un grafo $G=(N,A)$, esiste un insieme dominante di al più k nodi.

5. Dati un grafo orientato $G=(N,A)$ con pesi interi sugli archi ed un intero k , si vuole decidere se esiste un cammino da s a t in G tale che ogni arco abbia peso minore o uguale a k . Si scriva una procedura Pascal di complessità polinomiale (suggerimento: si modifichi opportunamente una procedura di visita).

6. Nel problema delle SOMME PREFISSE, dato un vettore $A = a_1, \dots, a_n$ di n elementi interi, si vuole costruire un nuovo vettore $B = b_1, \dots, b_n$ tale che ciascun elemento b_i sia uguale alla somma dei primi i elementi di A . Si scriva una procedura Pascal di complessità polinomiale che utilizzi la tecnica DIVIDE ET IMPERA con partizione bilanciata dei dati (impostando e risolvendo la relazione di ricorrenza che descrive la complessità).