Laurea in “Informatica”

Corso di “Algoritmi e Strutture Dati”

9 Giugno 2009

1. *Tempo disponibile 180 minuti. È ammesso ritirarsi entro 90 minuti.*
2. *Sono ammessi al più 3 scritti consegnati per l’A.A. 2008/0 (Giugno 2009 - Febbraio 2010)*
3. *Non è possibile consultare appunti, libri o persone, né uscire dall’aula.*
4. *Le soluzioni degli esercizi devono:*
    a. *spiegare a parole l’algoritmo usato (anche con eventuali disegni)*
    b. *commentare l’eventuale procedura Pascal (dettagliando il significato delle variabili)*
    c. *giustificare la correttezza e tutti i passaggi matematici*
    d. *dimostrare la complessità (con equazioni di ricorrenza se necessario)*

1. Data una sequenza $a_1, ..., a_n$ di n interi, memorizzata in un vettore, si vuole trovarne il massimo. Si scriva una procedura (o funzione) Pascal efficiente, che utilizzi la tecnica *divide-et-impera con partizione dei dati in 3 parti bilanciate* (per semplicita', si puo' assumere che n sia una potenza di 3). Se ne analizzi la complessità impostando e risolvendo le opportune relazioni di ricorrenza.

2. Data una lista L di interi, si vuole modificarla cancellando tutti gli elementi i cui valori compaiono esattamente due volte, mantenendo lo stesso ordine che gli elementi avevano inizialmente (p.e. se l’ingresso è L = 6, 1, 6, 4, 1, 1, 3, 4 allora il risultato è L = 1, 1, 1, 3). Si scriva una procedura Pascal *utilizzando gli operatori* per le liste visti a lezione.

3. Siano dati un albero binario T contenente elementi interi positivi ed un intero k. Si vuole modificare T aggiungendo due figli ad ogni foglia per la quale la somma degli elementi contenuti nel percorso dalla radice alla foglia sia minore di k e in modo che la somma degli elementi nel percorso dalla radice ai nuovi figli inseriti sia esattamente k. Si scriva una procedura Pascal di complessità ottima assumendo che l’albero sia *realizzato con puntatori*.

4. Si scriva la procedura KRUSKAL vista a lezione per trovare il minimo albero di copertura di un grafo non orientato pesato. Si esegua (a mano) KRUSKAL sul grafo $G=(V,E)$ avente V={1, 2, 3, 4}, E={[1,2], [1,3], [1,4], [2,3], [2,4]} e pesi c_{12}=6, c_{13}=4, c_{14}=5, c_{23}=2, c_{24}=3, e c_{34}=1. Si illustri con disegni, passo dopo passo, la costruzione della minima foresta di copertura durante l’esecuzione della procedura KRUSKAL.

5. Sia dato un grafo non orientato connesso tale che ogni nodo e' etichettato 'A' oppure 'B'. Si scriva una procedura Pascal di complessita' ottima per verificare se il sottografo formato dai nodi etichettati 'A' e' connesso oppure no.

6. Si scriva un algoritmo *non deterministico* di complessita' O(n) per ordinare una sequenza a_1, ..., a_n di n interi (*Suggerimento*: si generino dapprima in tempo O(n) tutte le permutazioni della sequenza a_1, ..., a_n).